

## Программа спецкурса “Теория сложности алгоритмов”

(зима 2006/7 г., лектор Э.А.Гуриш)

1. Массовая задача. Классы  $\widetilde{\mathbf{P}}$ ,  $\widetilde{\mathbf{NP}}$ ,  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{NP}$ . Три определения недетерминированной машины Тьюринга. Сведения по Левину, Карпу и Тьюрингу, полные и трудные языки. Задача об ограниченной остановке ( $\widetilde{\mathbf{BH}}$ ), ее  $\mathbf{NP}$ -полнота. Задачи  $\mathbf{SAT}$ ,  $\widetilde{\mathbf{SAT}}$ .
2. Сведение задачи поиска к задаче распознавания для  $\mathbf{NP}$ -полных языков. Оптимальный алгоритм Левина. Теорема о существовании  $\mathbf{NP}$ -полного языка, не принадлежащего  $\mathbf{P}$ .
3. Редкие и унарные языки. Теоремы об  $\mathbf{NP}$ -трудности унарных и  $\mathbf{co-NP}$ -трудности редких языков по Карпу.
4. Вычисления с оракулами. Операторы Шонинга. Классы языков  $\oplus\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{UP}$ ,  $\mathbf{RP}$ ,  $\mathbf{BPP}$ ,  $\mathbf{RP}$ ,  $\Sigma^k\mathbf{P}$ ,  $\Delta^k\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{PSPACE}$ ,  $\mathbf{co}$ -классы. Пример языка из  $\mathbf{RP}$ , для которого неизвестен алгоритм из  $\mathbf{P}$ . Уменьшение вероятности ошибки в  $\mathbf{RP}$  и  $\mathbf{BPP}$ . Три определения полиномиальной иерархии и необходимое и достаточное условие ее коллапса.
5. Определение языка  $\mathbf{QBF}$  и его  $\mathbf{PSPACE}$ -полнота.
6. Определения классов  $\mathbf{DSpace}[f]$ ,  $\mathbf{NSpace}[f]$ , теоремы о замкнутости относительно дополнения и о моделировании  $\mathbf{NSpace}[f]$  при помощи  $\mathbf{DSpace}[f]$ .
7. Определение классов  $\mathbf{DTime}[f]$  и  $\mathbf{NTime}[f]$ . Теоремы об иерархии для них и для  $\mathbf{DSpace}[f]$ .
8. Эвристические классы, доказательство теоремы об иерархии по времени для  $\mathbf{heur}_\delta\text{-BPTIME}[n^k]$ .
9. Булевы схемы и неравномерные вычисления. Теоремы  $\mathbf{BPP} \subseteq \mathbf{P/poly}$  и  $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{P/poly} \Rightarrow \mathbf{PH} = \Sigma^2\mathbf{P}$ .
10. Интерактивные доказательства ( $\mathbf{IP}$ ,  $\mathbf{MA}$ ,  $\mathbf{AM}$ ). Примеры. Доказательство  $\mathbf{MA} \subseteq \mathbf{AM}$ ,  $\mathbf{MA} \subseteq \mathbf{RP}$ .
11. Три определения класса  $\mathbf{ZPP}$ . Доказательство  $\mathbf{BPP} \subseteq \exists \bullet \mathbf{BPP} \subseteq \mathbf{NP}^{\mathbf{BPP}} \subseteq \mathbf{MA}_2 = \mathbf{MA} \subseteq \mathbf{ZPP}^{\mathbf{NP}} \subseteq \Sigma^2\mathbf{P} \cap \Pi^2\mathbf{P}$ .
12.  $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{BPP} \Rightarrow \Sigma^2\mathbf{P} \subseteq \mathbf{BPP}$ .
13. Теорема Шамира:  $\mathbf{IP} = \mathbf{PSPACE}$ .
14. Теорема Toda:  $\mathbf{PH} \subseteq \mathbf{P}^{\#\mathbf{P}} = \mathbf{P}^{\mathbf{PP}}$ .
15. Класс  $\#\mathbf{P}$ . Протокол LFKN. Доказательство  $\mathbf{PP} \not\subseteq \mathbf{Size}[n^k]$ ,  $\Sigma^2\mathbf{P} \cap \Pi^2\mathbf{P} \not\subseteq \mathbf{Size}[n^k]$ . Теорема Нечипорука.