Программа спецкурса *“Теория сложности алгоритмов”*

(зима 2006/7 г., лектор Э.А.Гирш)

1. Массовая задача. Классы $\widetilde{\mathbf{P}}$, $\widetilde{\mathbf{NP}}$, $\mathbf{P}$, $\mathbf{NP}$. Три определения недетерминированной машины Тьюринга. Сведения по Левину, Карпу и Тьюрингу, полные и трудные языки. Задача об ограниченной остановке ($\widetilde{\mathtt{BH}}$), ее $\widetilde{\mathbf{NP}}$-полнота. Задачи $\mathtt{SAT}$, $\widetilde{\mathtt{SAT}}$.

2. Сведение задачи поиска к задаче распознавания для $\mathbf{NP}$-полных языков. Оптимальный алгоритм Левина. Теорема о существовании $\mathbf{NP}$-полного языка, не принадлежащего $\mathbf{P}$.

3. Редкие и унарные языки. Теоремы об NP-трудности унарных и co-NP-трудности редких языков по Карпу.

4. Вычисления с оракулами. Операторы Шонинга. Классы языков $\oplus\mathbf{P}$, $\mathbf{UP}$, $\mathbf{PP}$, $\mathbf{BPP}$, $\mathbf{RP}$, $\Sigma^k\mathbf{P}$, $\Delta^k\mathbf{P}$, $\mathbf{PSPACE}$, **co**-классы. Пример языка из $\mathbf{RP}$, для которого неизвестен алгоритм из $\mathbf{P}$. Уменьшение вероятности ошибки в $\mathbf{RP}$ и $\mathbf{BPP}$. Три определения полиномиальной иерархии и необходимое и достаточное условие ее коллапса.

5. Определение языка $\mathtt{QBF}$ и его $\mathbf{PSPACE}$-полнота.

6. Определения классов $\mathbf{DSpace}[f]$, $\mathbf{NSpace}[f]$, теоремы о замкнутости относительно дополнения и о моделировании $\mathbf{NSpace}[f]$ при помощи $\mathbf{DSpace}[f]$.

7. Определение классов $\mathbf{DTime}[f]$ и $\mathbf{NTime}[f]$. Теоремы об иерархии для них и для $\mathbf{DSpace}[f]$.

8. Эвристические классы, доказательство теоремы об иерархии по времени для $\mathbf{heur}_\delta\text{-}\mathbf{BPTime}[n^k]$.

9. Булевы схемы и неравномерные вычисления. Теоремы $\mathbf{BPP} \subseteq \mathbf{P/poly}$ и $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{P/poly} \Rightarrow \mathbf{PH} = \Sigma^2\mathbf{P}$.

10. Интерактивные доказательства ($\mathbf{IP}$, $\mathbf{MA}$, $\mathbf{AM}$). Примеры. Доказательство $\mathbf{MA} \subseteq \mathbf{AM}$, $\mathbf{MA} \subseteq \mathbf{PP}$.

11. Три определения класса $\mathbf{ZPP}$. Доказательство $\mathbf{BPP} \subseteq \exists \bullet \mathbf{BPP} \subseteq \mathbf{NP}^{\mathbf{BPP}} \subseteq \mathbf{MA}_2 = \mathbf{MA} \subseteq \mathbf{ZPP}^{\mathbf{NP}} \subseteq \Sigma^2\mathbf{P} \bigcap \Pi^2\mathbf{P}$.

12. $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{BPP} \Rightarrow \Sigma^2\mathbf{P} \subseteq \mathbf{BPP}$.

13. Теорема Шамира: $\mathbf{IP} = \mathbf{PSPACE}$.

14. Теорема Тода: $\mathbf{PH} \subseteq \mathbf{P}^{\#\mathbf{P}} = \mathbf{P}^{\mathbf{PP}}$.

15. Класс $\#\mathbf{P}$. Протокол LFKN. Доказательство $\mathbf{PP} \not\subseteq \mathbf{Size}[n^k]$, $\Sigma^2\mathbf{P} \cap \Pi^2\mathbf{P} \not\subseteq \mathbf{Size}[n^k]$. Теорема Нечипорука.