План лекции 4

Словари. Деревья. Красно-черные деревья

4.1 Словари

Словарь — структура данных, имеющая операции

- INSERT;
- DELETE;
- FIND.

В ближайшее время мы изучим один из вариантов реализации словаря — дерево поиска; добиваться будем реализации операций за $O(\log(\text{количества элементов}))$ операций над элементами. Затем мы изучим другой вариант — хеш-таблицы.

4.2 Деревья

4.2.1 Определения

Граф, дерево, дерево с корнем.

ПРОБЕЛ В КОНСПЕКТЕ.

4.2.2 Представление деревьев в компьютере

Будем говорить о деревьях с корнем.

Имеется много разновидностей структур данных, называемых деревьями. Соответственно, и набор операций над деревьями может быть разным. Поэтому *представление зависит от требуемых операций.*

Как представить двоичное дерево, ясно: элемент, соответствующий каждой вершине, содержит хранимые данные и два указателя: на левого и правого сына; если нужно — указатель на родителя. Для дерева с произвольной степенью вершин имеется несколько вариантов: например, список сыновей (полезно указать их количество, а указатель наверх хранить в каждом из них).

Замечание 4.1. Динамический массив вместо списка не подойдет — трудно вставлять!

4.3 Красно-черные деревья

Данные будут храниться в вершинах дерева, но обращать внимание мы будем только на ключ — то поле записи, по которому ведется поиск. Ключ должен быть элементом некоторого линейно упорядоченного множества. Даже если исходно данные не представлены в виде дерева, их может быть полезно представить в таком виде, если они упорядочены и над ними часто приходится выполнять указанные операции.

Свойство

«все элементы левого поддерева меньше либо равны ключу, ключ больше всех элементов правого поддерева» (4.1)

позволяет реализовать FIND за O(высоты дерева) операций. Если дерево «идеально» (высота h, количество вершин $2^{h+1}-1$), имеем $O(\log n)$ операций. Ниже мы изучим разновидности деревьев поиска, позволяющие поддерживать себя в «почти идеальном» виде, при этом ограничиваясь логарифмическим количеством операций с элементами при реализации операций INSERT и DELETE.

Определение красно-черного дерева, теорема о высоте, реализация операции INSERT — см. книгу Кормена, Лейзерсона и Ривеста.

ПРОБЕЛ В КОНСПЕКТЕ.

4.4 Очереди с приоритетами

Очередь с приоритетом — структура данных, имеющая операции

- INSERT;
- MAX (показывает элемент с максимальным ключом);
- EXTRACT-MAX (показывает и удаляет элемент с максимальным ключом).

Заметим, что красно-черные деревья реализуют очередь с приоритетом с логарифмической сложностью всех ее операций. В дальнейшем мы изучим и другую реализацию, в которой операции будут реализованы еще эффективнее.

4.5 Порядковая статистика для красно-черных деревьев

См. книгу Кормена, Лейзерсона и Ривеста.

ПРОБЕЛ В КОНСПЕКТЕ.